

# 滴状凝縮における液滴サイズ分布の統計的性質

小林 悠介 (物理学：國仲研究室)

キーワード：滴状凝縮，サイズ分布，対数正規分布，べき分布

## 1 はじめに

夏に冷たいビールをジョッキに入れて様子をしばらく観察すると，その周りに小さな液滴が凝縮していることに気がつく．だんだんとその液滴は大きくなっていき，しばらく経つと，ジョッキの表面には大小様々な液滴が覆われることになる．このように，凝縮した液体が液滴状になる凝縮の形態を，滴状凝縮 (dropwise condensation) と呼ぶ．滴状凝縮は，ビールのジョッキだけではなく，例えば，暖かい飲み物にラップ (サラン) を被せても生じる．図 1 は，熱湯が入ったビーカーにラップを被せて，しばらく経った後のサラン面の様子である．大きな液滴が凝縮面上のほとんどを占め，その間にはさらに小さな液滴が生じている様子がわかるだろう．

液滴のパターンが形成される過程は，水蒸気の供給による液滴の成長と周囲との合体による相互作用によるものである．このような相互作用による液滴の成長過程は，確率的な現象と捉えられ，その結果生じる分布の統計性はこれまでに主に工学の分野で盛んに研究されてきた．

## 2 先行研究と本研究の目的

滴状凝縮による液滴成長は，先に説明したプロセスに加えて，大きくなりすぎた液滴の離脱，及びそれに伴う周囲の液滴の一掃効果がある．このときの統計分布は，時間平均すると，定常的になることが知られている．半径  $r$  の液滴の分布関数  $N(r)[m^{-3}]$  は半経験的に，

$$N(r) = \frac{1}{3\pi r^2 r_{\max}} \left( \frac{r}{r_{\max}} \right)^{-2/3} \quad (1)$$

というべき乗関数で表されることが知られている<sup>1</sup>．ここで  $r_{\max}$  は液滴の最大半径である．

一方で，Leach ら<sup>2</sup>は，蒸気源が室温に緩和する系においては，べき分布ではなく二峰性の分布が現れることを報告している (図 2)．Leach らは，シミュレーションによりこのような分布が形成されることを示したが，形成される過程における統計分布の時間変化や，その分布関数は明らかになっていない．

<sup>1</sup>J.W. Rose, et al. Dropwise condensation—the distribution of drop sizes. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 1973.

<sup>2</sup>R.N. Leach, et al. Dropwise condensation: experiments and simulations of nucleation and growth of water drops in a cooling system. *Langmuir*, 2006.

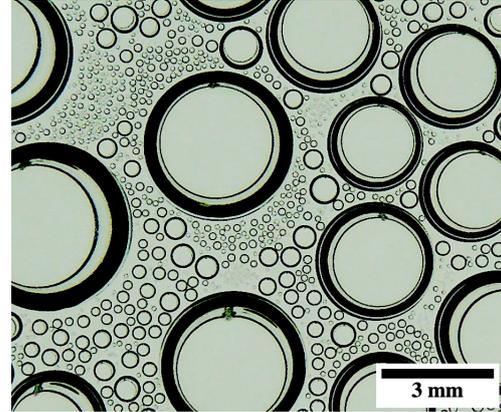


図 1: 滴状凝縮による液滴のパターン．

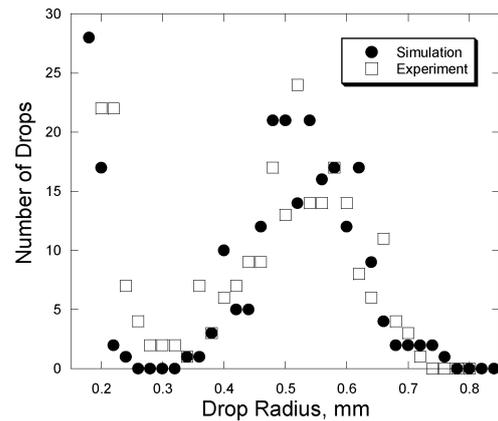


図 2: Leach らの得た液滴サイズ分布<sup>2</sup>．

そこで本研究では，滴状凝縮によって生み出される液滴サイズの統計分布を調べることを目的とした．本研究で得られた成果は次でまとめられる．

- 蒸気源が室温に緩和していく系において，サラン及びガラスで発生する液滴サイズ分布の詳細な時間発展を得ることができた．
- 液滴の統計分布を説明する関数は，二重対数正規分布が妥当という結果を得た．
- 二重対数正規分布によるフィッティングパラメータの時間発展を調べ，液滴の分布を特徴づける統計量の変化を明らかにした．

## 3 統計分布の時間発展

ビーカー内に熱湯を入れて，その上に凝縮面を水平に配置して，凝縮する様子を観察した．凝縮面の

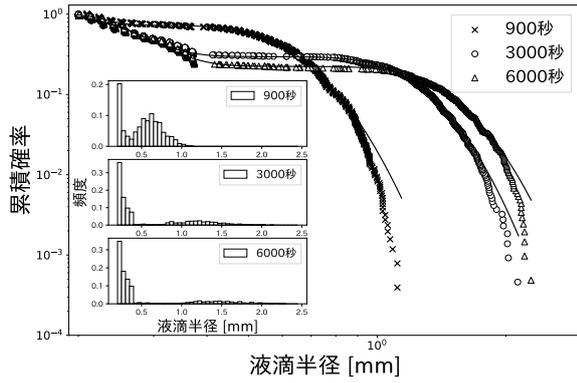


図 3: 実験開始から 900,3000,6000 秒経過したときのサラン面への液滴サイズの累積分布と二重対数正規分布によるベストフィット。内挿図はビン幅 0.05mm のヒストグラム。

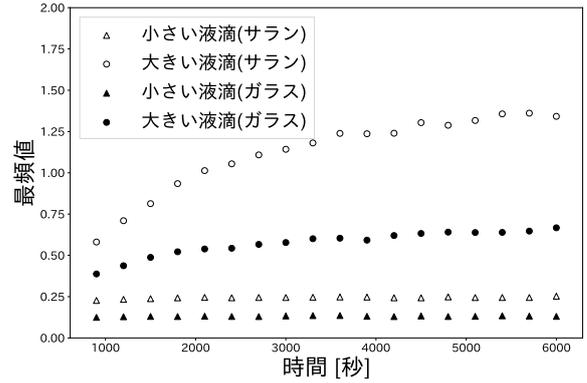


図 4: 対数正規分布の最頻値  $e^{\mu - \sigma^2}$ 。

素材は、サランと撥水コーティングをしたガラス板の二種類を使用した。

図 3 にサラン面において解析された液滴サイズ分布の一部を示す。実験を開始して 900 秒経過した頃には二峰性を持つ分布が見え始めており、大きい方のピークは、液滴の合体成長により、右ヘシフトしながら分散が拡大している様子がわかる。また、時間が経過すると、分布の変化は小さくなり、定常状態に近づいているようである。

定常状態において、log-log プロットした累積分布では、液滴の小さな領域は線形を示しているように見える。これは、小さな液滴の分布がべき的であることを示唆している。この領域を抜けると、プラトーな領域に達し、やがて大きい液滴の領域に差し掛かる。この傾向はガラス面でも見られ、滴状凝縮によるパターン形成には普遍性があることを示唆する結果となった。詳細な解析結果は本日の発表で紹介する。

#### 4 液滴サイズの統計分布

実験結果を説明する分布関数として、次の混合分布「べき分布+正規分布」「べき分布+対数正規分布」「二つの対数正規分布の和(二重対数正規分布)」を提案した。いずれの分布も、実験結果と決定係数 0.98 以上の当てはまりを示したが、赤池情報量規準を計算した結果、二重対数正規分布によるフィッティングが妥当であるという結果を得た。ここで二重対数正規分布の累積分布関数  $f(x)$  は、

$$f(x) = \theta g_1(x) + (1 - \theta)g_2(x) \quad (2)$$

ただし、 $g_i(x)$  は対数正規分布の累積分布関数で、

$$g_i(x) = \frac{1}{2} \left( 1 - \operatorname{erf} \left( \frac{\ln x - \mu_i}{\sqrt{2}\sigma_i} \right) \right) \quad (3)$$

と表される。ここで  $\theta$  は小さな液滴の分布の割合を決定する  $0 \leq \theta \leq 1$  のパラメータ、 $\operatorname{erf}(x) \equiv \int_0^x e^{-y^2} dy$  は誤差関数である。図 3 では、累積分布に対し、二重対数正規分布によるベストフィットを示している。

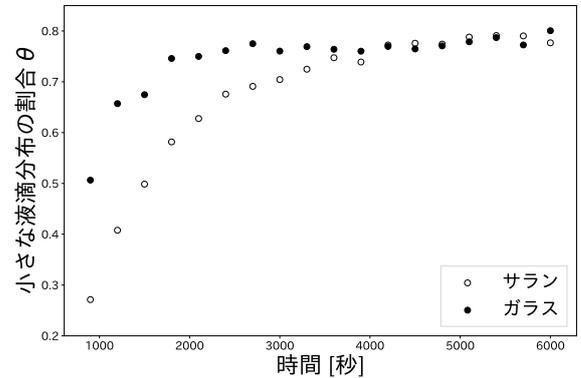


図 5: 小さな液滴分布の割合  $\theta$ 。

#### 5 二重対数正規分布によるフィッティングパラメータの時間発展

900 秒から 6000 秒までの 300 秒ごとのデータについてフィッティングを行った。これにより、フィッティングパラメータである  $\theta$  や、 $\sigma_i$ 、 $\mu_i$  の時間発展を得ることができた。

対数正規分布において、その最頻値は  $e^{\mu_i - \sigma_i^2}$  と計算される。解析された  $\sigma_i$  と  $\mu_i$  の時間発展から、最頻値を計算すると、図 4 のようになった。これによると、小さな液滴の最頻値は初期からほとんど変化がない様子が分かる。また、大きな液滴では時間が経つに従ってその値がどんどん上昇しているが、最終的に到達する大きさや達するまでの時間はサランとガラスでは異なっている。このように面の持つ個性を定量的に評価することができた。

次に、小さな液滴分布の割合を説明する  $\theta$  の時間変化を図 5 に示す。サラン及びガラス面において、 $\theta$  は共に一定の値に収束しており、分布が定常状態に遷移している様子がわかる。興味深いことに、できる液滴の大きさや定常状態に遷移する速さには面の個性が表れたが、小さな液滴の分布の割合は最終的に両者とも約八割に遷移しており、少なくともサランとガラス面においては、分布の割合には面の個性が表れないという結果を得た。